

# Uogólniony model układu planetarnego

Michał Marek

Seminarium Zakładu Geodezji Planetarnej  
22.05.2009

# PLAN PREZENTACJI

1. Wstęp, motywacja, cele
2. Teoria wykorzystana w modelu
3. Zastosowanie modelu na układach planetarnych
4. Podsumowanie

# Wstęp

Celem pracy magisterskiej było określenie, w których przypadkach i w jakim stopniu zmieni się dynamika systemów planetarnych, jeśli ich składniki będziemy traktować jako **obiekty rozciągłe**, a także gdy uwzględnimy efekty relatywistyczne wynikające z **OTW**.

Model oddziaływań grawitacyjnych dwóch obiektów, w którym to układ jest izolowany oraz oba ciała są całkowicie sferyczne (bez deformacji pływowych czy rotacyjnych) lub traktowane jako masy punktowe, sprowadza się do zagadnienia Keplera.

**Jest to dobre podejście, gdy odległości pomiędzy oboma ciałami są znacznie większe od ich rozmiarów.**

**Na ogół stosuje się model oddziałujących na siebie grawitacyjnie mas punktowych.**

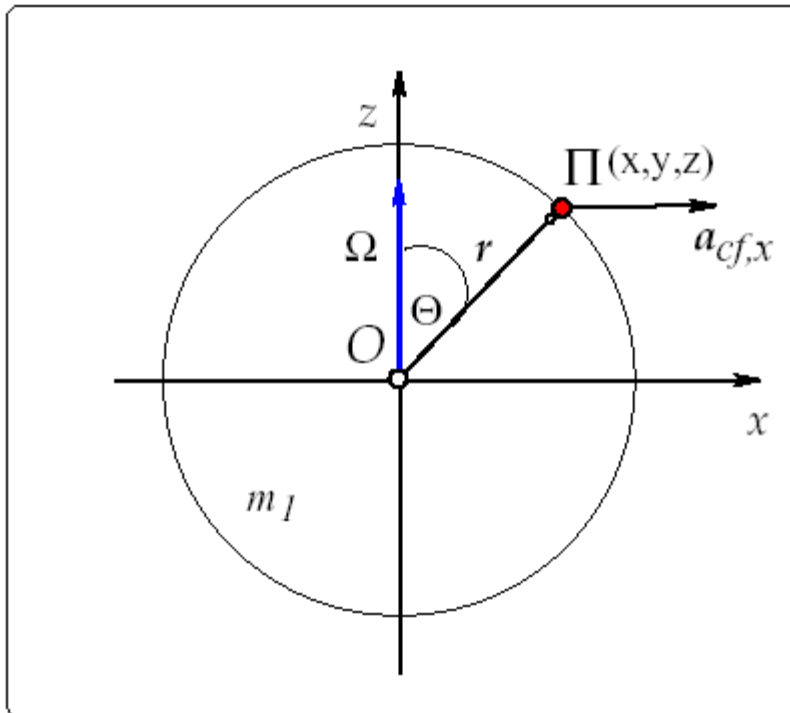
W rzeczywistości, kształty w różnym stopniu odbiegają od sferycznego a także istnieją układy składające się z większej ilości składników niż dwa ciała.

Niektóre masywne, pozasłoneczne planety znajdują się na orbitach o rozmiarach mniejszych niż ziemską i oddziaływania pływowe z macierzystą gwiazdą mogą wpływać na dynamikę układu.

# Teoria wykorzystana w modelu

## Potencjał odśrodkowy

W układzie odniesienia związanym z rotującą sferą, dowolny punkt umieszczony na jej powierzchni, doznaje bezwładnościowego przyspieszenia odśrodkowego.



$$a_{cf,x} = \Omega^2 x \hat{x}$$

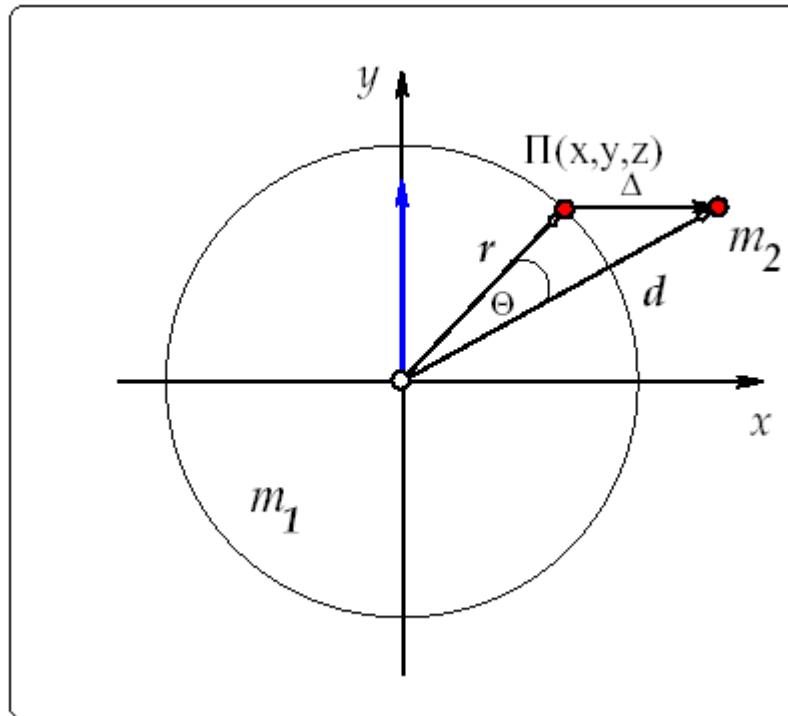
$$a_{cf,y} = \Omega^2 y \hat{y}$$

$$V_{cf} = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta = -\frac{1}{3}\Omega^2 r^2 + \frac{1}{3}\Omega^2 r^2 P_2(\cos \theta)$$

# Potencjał pływowy

Potencjał pływowy deformuje powierzchnię gwiazdy.

Deformacja zmienia się wraz z rotacją gwiazdy i ruchem zaburzającej planety.



$$V_3 = -G \frac{m_2}{d^3} r^2 P_2(\cos \theta).$$

# Dyssypacja energii

Ze względu, że gwiazdy są nieelastyczne, część energii układu jest tracona kosztem **tarcia wewnętrznego** podczas zmiany kształtu gwiazdy.

# Dyssypacja energii

Poprawka do równań ruchu:

$$\mathbf{f}_{\text{TF}} = -\frac{9\sigma m_2^2 A^2}{2\mu d^{10}} \left( 2\mathbf{d} \cdot \mathbf{d} \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} + d^2 \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} \right)$$

$$\sigma = \frac{\alpha}{Q^2 m_1 r_1^2} \sqrt{\frac{G m_1}{r_1^3}} \qquad A = \frac{r_1^5 Q}{1 - Q}$$

Model:

gwiazda o promieniu  $r_1$  i masie  $m_1$

+

punktowa planeta o masie  $m_2$  odległa o  $d$  od  $m_1$ .

# Dyssypacja energii

$$Q \approx \frac{3}{5} \left(1 - \frac{n}{5}\right)^{2.215} e^{0.0245n - 0.096n^2 - 0.0084n^3}$$

Eggleton, P. P., Kiseleva, L. G., & Hut, P. 1998, *ApJ*, **449**, 853

Równanie te zawiera informacje o strukturze wewnętrznej gwiazdy.

$n=1.0$  gaz doskonały

$n=1.5$  ciśnienie gazu dominuje nad promieniowaniem

$n=3.0$  ciśnienie promieniowania dominuje nad ciśnieniem gazu

# Poprawka relatywistyczna

Wpływ, jaki wywiera masa na geometryczne właściwości czasoprzestrzeni wyjaśnia OTW.

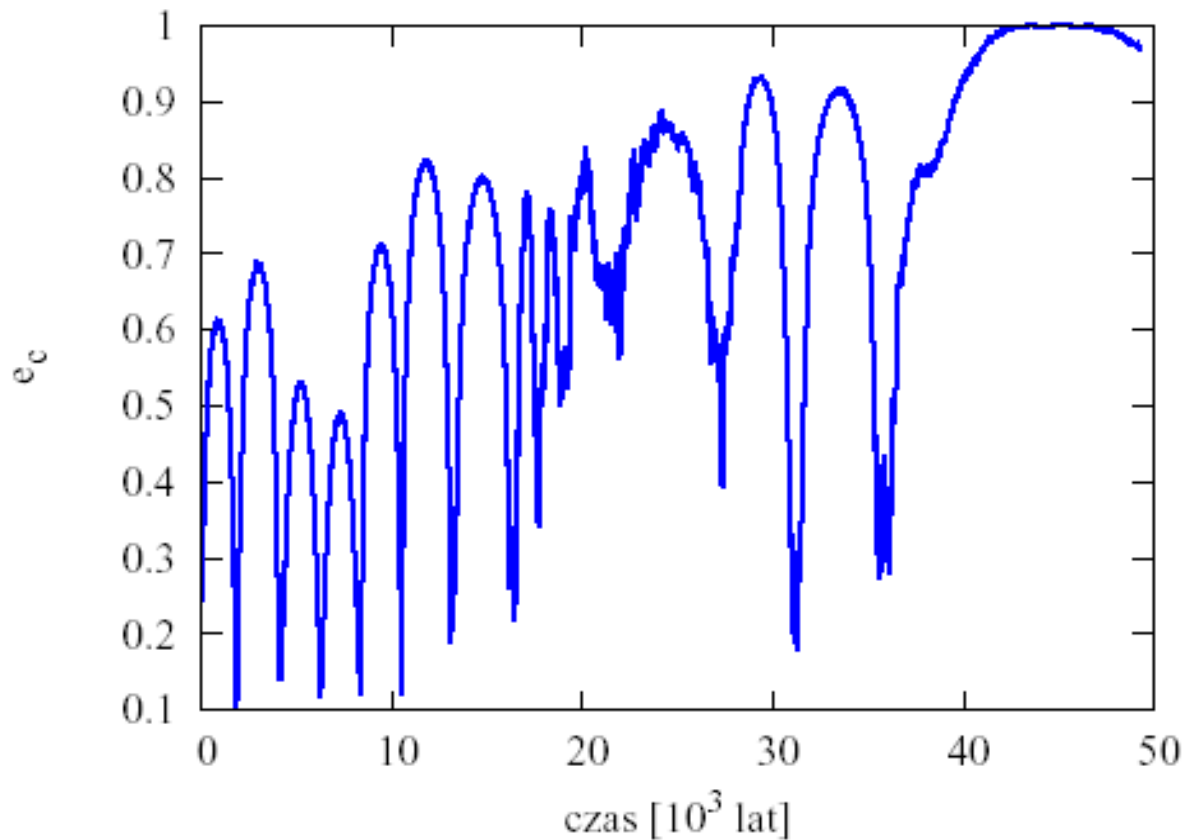
Oś wielka orbity Merkurego doznaje obrotu o 574 sekund łuku na wiek, z czego 43 sek. spowodowane jest zakrzywieniem czasoprzestrzeni przez Słońce.

Podejście relatywistyczne traktuje się jako **zaburzenie problemu Keplera**. Najprostszy model uwzględnia poprawkę rzędu  $(v/c)^2$ .

# Zastosowanie

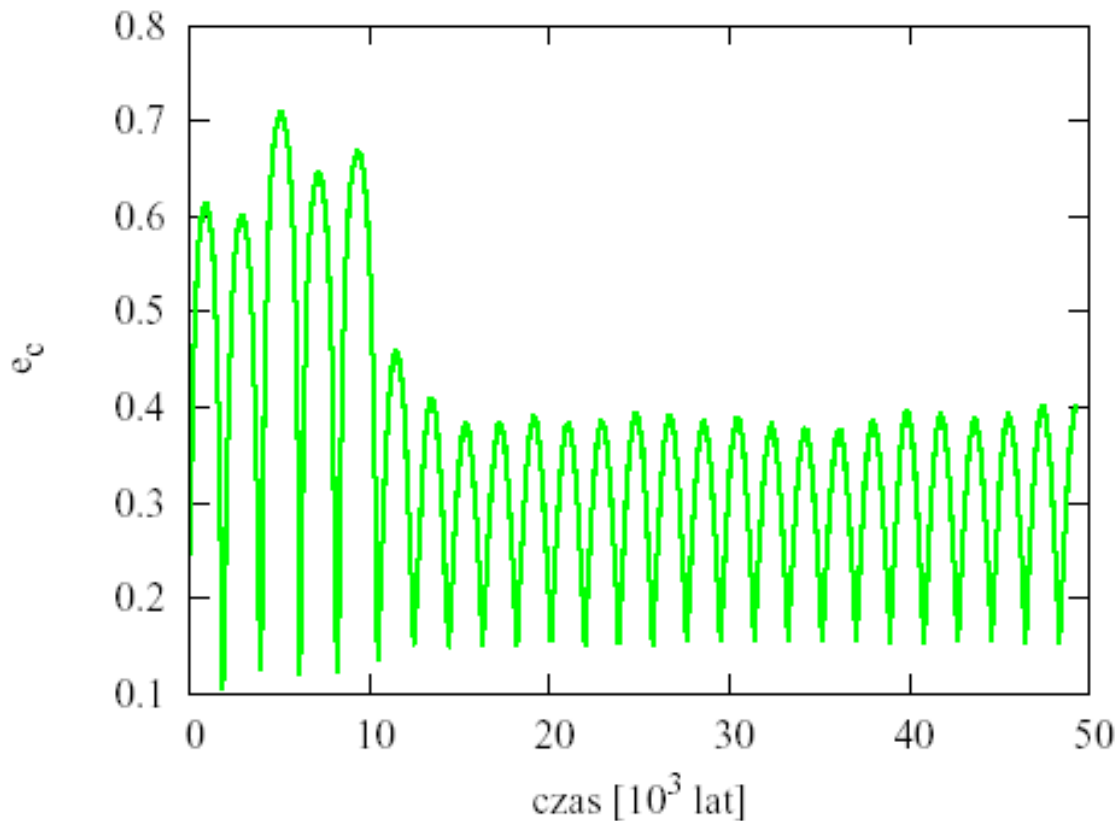
Ipsylon And

Model, w którym  $m_C=4.11M_j$ ,  $m_D=1.98M_j$ ,  $M=1.3M_s$



**Ewolucja mimośrodów orbity pozwala w przybliżony sposób określić, jak zachowuje się orbita w czasie. By była ona okresowa wartość mimośrodu musi być mniejsza od jedności.**

# Uwzględnienie poprawki TF



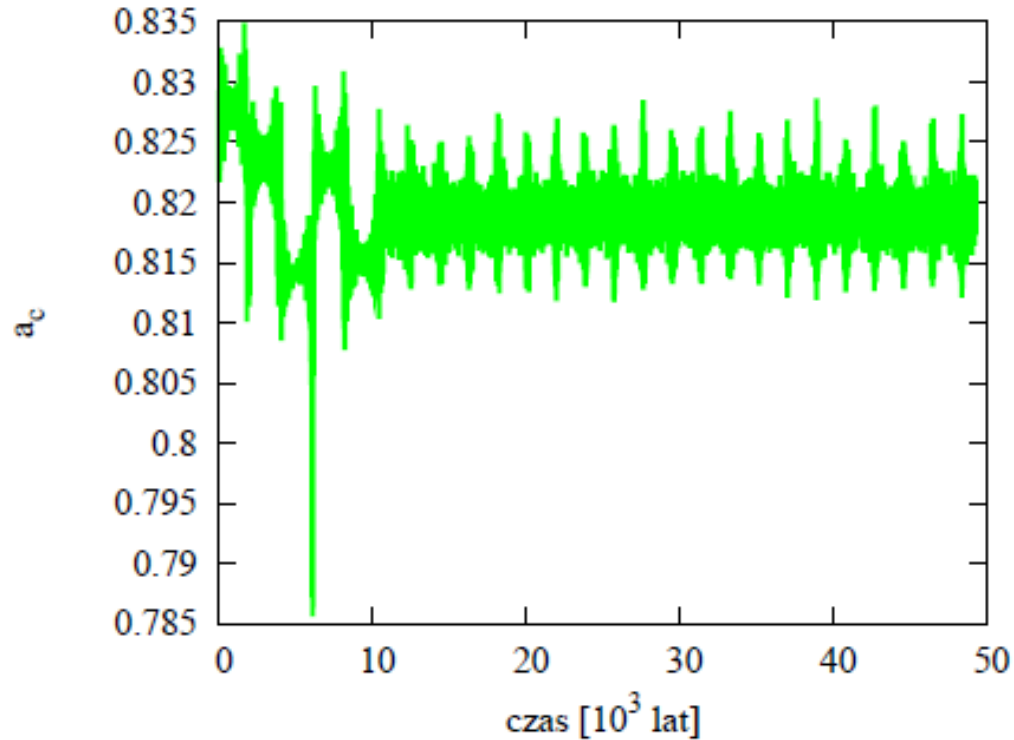
Promień gwiazdy  $R^* = 1.56R_{\odot}$   
(Ford et al., 1998),

promienie planet:  $RC = 1.09R_J$ ,  
 $RD = 1.035R_J$   
(Burrows et al., 2001),

**parametry wewnętrzne:**  
 $n^* = 2.36$ ,  $n_{C,D} = 1.5$

**Zastosowanie poprawki TF zmieniło dynamikę układu z chaotycznego na stabilny.**

## Uwzględnienie poprawki TF cd



Po początkowym zmniejszeniu wielkiej półosi wewnętrznej orbity, następuje stabilizacja wokół 0.82 AU.

# Relatywistyka

Uwzględnienie poprawki post-newtonowskiej prowadzi do wiekowych zmian argumentu perycentrum. Czyli rotacji lini apsyd orbity.

Argument perycentrum opisuje położenie orbity w przestrzeni. Jest to kąt pozycyjny mierzony w płaszczyźnie orbity między kierunkami od ciała centralnego do wężła wstępującego i do perycentrum.

# Relatywistyka

Takie zmiany (w argumencie perycentrum) mogą być także spowodowane zniekształceniem gwiazdy oraz obecnością dodatkowego ciała.

Zmiany w ruchu linii apsyd wpływają na ewolucję układu, w tym na zachowanie się mimośrod.

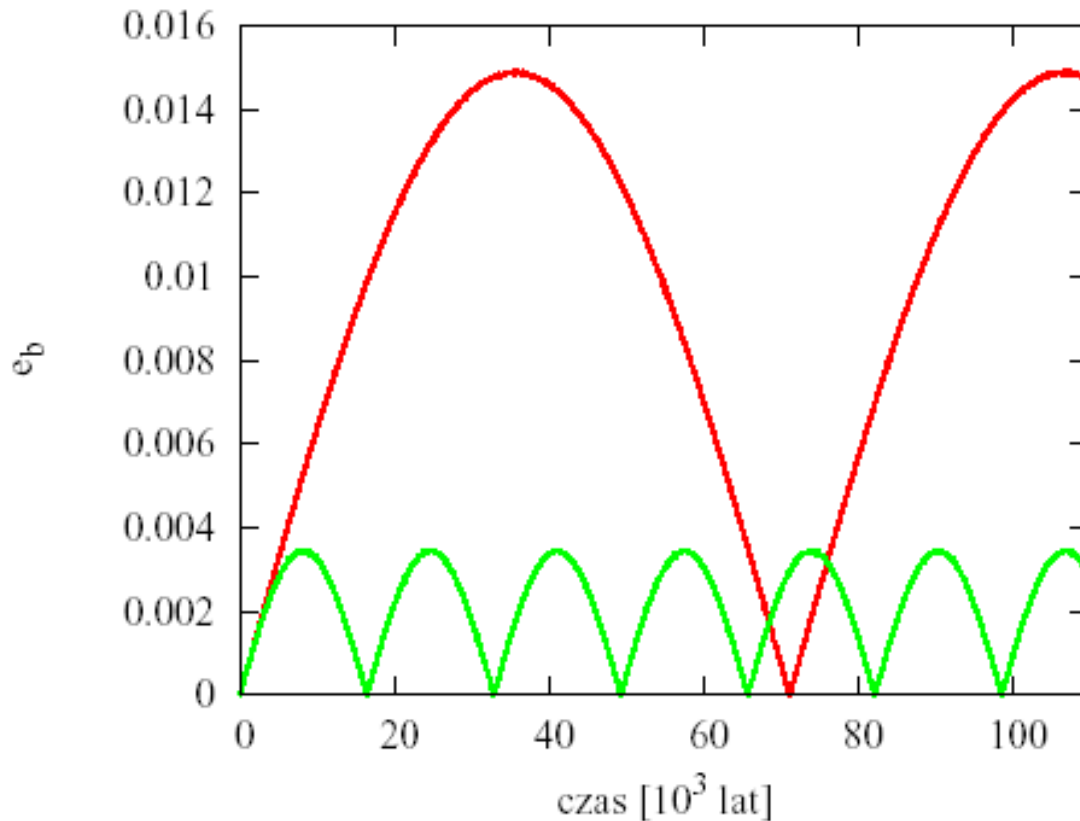
(Mardling & Lin, 2004)

Hipotetyczny układ:

$M_b = 1 M_\odot$ ,  $P_b = 2.3 \text{ d.}$ ,  $a_b = 0.02 \text{ AU}$

$M = 0.2 M_\odot$

$M_c = 1 M_J$ ,  $a_c = 0.7 \text{ AU}$ ,  $e_c = 0.2$



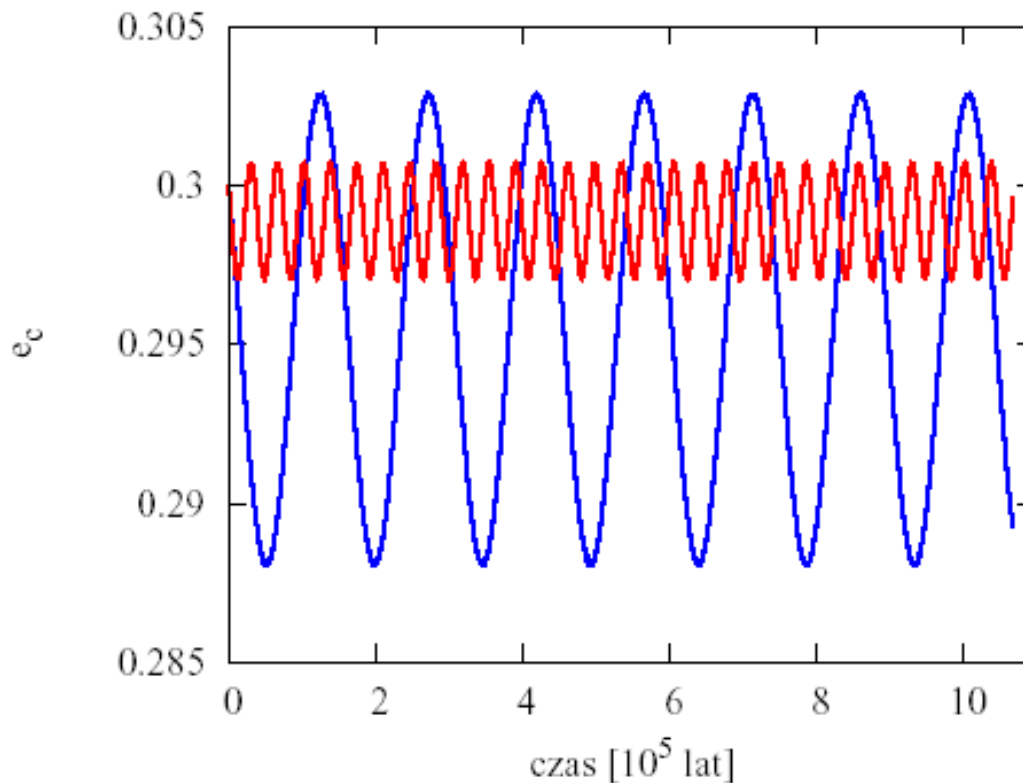
Uwzględnienie poprawki relatywistycznej (*kolor zielony*) zmienia dynamikę układu.

# HD 147513

$M=1.11M_{\odot}$

$M_c=0.11 M_j$

$a=0.08\text{AU}$



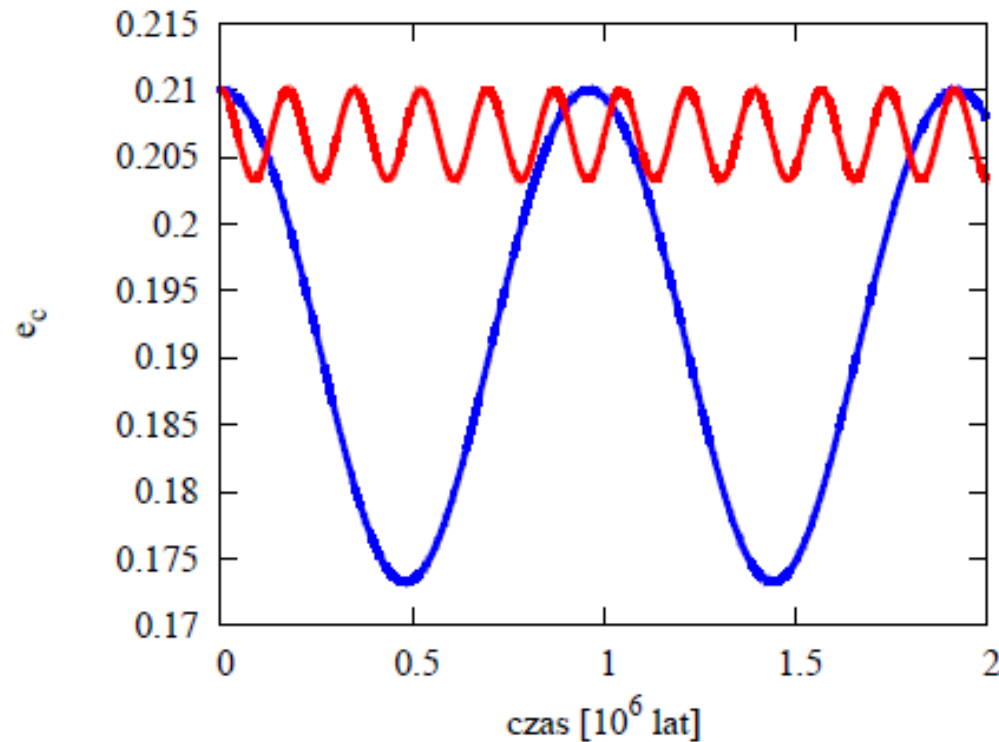
Uwzględnienie poprawki relatywistycznej (*kolor czerwony*) zmienia dynamikę układu.

# HD 190360

$M=1.04M_{\odot}$

$M_c=0.062 M_j$

$a=0.13 \text{ AU}$



Uwzględnienie poprawki relatywistycznej (*kolor czerwony*) zmienia dynamikę

# Podsumowanie

**Wykorzystując omawiane poprawki dynamika planet ulega zmianie.**

**W szczególnych przypadkach otrzymujemy stabilne rozwiązania.** Chociaż model punktowych oddziaływań przedstawiał układ planetarny jako niestabilny.

Skala omawianych efektów jest porównywalna z wpływem na dynamikę układu od dodatkowej, małomasywnej planety.

Dziękuję za uwagę

[mmarek@cbk.waw.pl](mailto:mmarek@cbk.waw.pl)